

## Übung: Analytischen Geometrie:

Gegeben sind die Punkte:

$$P_0(0, -1, -1), \quad P_1(-14, 1, -1), \quad P_2(2, 0, -1), \quad P_3(-4, -2, 3), \quad P_4(1, 1, -1)$$

und die Vektoren

$$\vec{a} = \vec{e}_x + \vec{e}_y + 2\vec{e}_z, \quad \vec{b} = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$$

Gesucht:

1. Gleichung der Ebene  $E_1$ , die die Punkte  $P_1, P_2, P_3$  enthält.
2. Liegt  $P_4$  auf der Ebene  $E_1$  ?
3. Gerade  $g_1$ , die den Punkt  $P_4$  enthält und senkrecht auf der Ebene  $E_1$  steht.
4. Fußpunkt des Lotes von  $P_4$  auf  $E_1$
5. Spiegelpunkt von  $P_4$  an  $E_1$
6. Gleichung der Ebene  $E_2$ , die den Punkt  $P_4$  enthält und senkrecht zum Vektor  $\vec{a}$  ist.
7. Schnittgebilde der beiden Ebenen  $E_1, E_2$
8. Schnittgebilde der Geraden  $g_1$  und der Geraden  $g_2$ , die durch die Punkte  $P_2, P_3$  geht.
9. Winkel zwischen  $g_1$  und  $g_2$
10. Schnittgebilde der drei Ebenen  $E_1, E_2, E_3$ , wobei  $E_3 : \vec{r} = \vec{r}_0 + s\vec{a} + t\vec{b}$

## Lösungen

$$1. E_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 16 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{parameterfrei: } 2x + 32y + 19z = -15$$

$$2. P_4 \text{ in } E_1 \text{ einsetzen: } 2(1) + 32(1) + 19(-1) \neq -15, \text{ d.h. } P_4 \text{ nicht auf } E_1$$

$$3. g_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 32 \\ 19 \end{pmatrix}$$

$$4. \text{Fußpunkt } F = g_1 \cap E_1:$$

1.Möglichkeit: Parameterformen für  $g_1$  und  $E_1$  gleichsetzen  $\Rightarrow$  3 Gleichungen für 3 Unbekannte

2.Möglichkeit:  $g_1$  in parameterfreie Form von  $E_1$  einsetzen  $\Rightarrow$  1 Gleichung für 1 Unbekannte

$$2(1 + 2t) + 32(1 + 32t) + 19(-1 + 19t) = -15 \Rightarrow t_F = -\frac{10}{463}$$

$$F_{\frac{1}{463}}(443, 143, -653)$$

$$5. \text{Spiegelpunkt } S : t_S = 2t_F$$

$$S_{\frac{1}{463}}(423, -177, -843)$$

$$6. E_2 : \vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_4) = 0 \Rightarrow x + y + 2z = 0$$

$$7. E_1 \cap E_2:$$

$$\text{Schnittgerade: } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -1.5 \\ -0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$8. g_1 \text{ und } g_2 \text{ windschief}$$

$$9. g_1 \perp g_2$$

$$10. \text{Schnittgerade: } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -1.5 \\ -0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$